

مدلسازی تغییرات دبی رودخانه دویرج با استفاده از تحلیل سری‌های زمانی

احسان دریکوند^۱، بهزاد ریحانی‌نیا^۲، علی محمد مرادخانی^۳، حسام ملکی^۴

۱- دانشجوی دکتری مهندسی محیط زیست دانشگاه علوم تحقیقات تهران (ederikvand@yahoo.com)

۲- عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد شوشتر

۳- کارشناس اداره منابع آب شهرستان دهلران

۴- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران آب دانشگاه آزاد اسلامی واحد شوشتر

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۹/۱۵

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۷/۵

چکیده

رودخانه‌ها از مهم‌ترین منابع تامین‌کننده آب جهت مصارف کشاورزی می‌باشند. آب‌های سطحی با توجه به سهولت دسترسی بسیار مورد استفاده بوده و در مقابل نیز تحت تاثیر شرایط محیطی مختلف قرار می‌گیرند لذا دارای تغییرات کمی و کیفی بسیاری مانند تغییرات دبی، شوری، کدورت، سختی و ... می‌باشند در این تحقیق پس از رسم نمودار روند سری زمانی میزان دبی آب رودخانه دویرج واقع در استان ایلام شهرستان دهلران، دارای نوسانات و تغییرات فصلی بود که با استفاده از فیلتر تفاضل‌گیری و تبدیل لگاریتم تعدیل به یک سری ایستا تبدیل گردید، با رسم توابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی نوع مدل غیر فصلی و فصلی تعیین و مدل اولیه آن را به نرم‌افزار minitab در تحلیل سری‌های زمانی معرفی گردید که ترکیبی از مدل‌های اتورگرسیو و میانگین متحرک بود که به اصطلاح آریما گویند. ترکیب آن را با مدل فصلی، یک مدل ضربی گویند. مدل ضربی سری زمانی میزان دبی آب، دارای اتورگرسیو غیرفصلی مرتبه ۳ و میانگین متحرک غیر فصلی مرتبه ۲ با یک مرحله تفاضل‌گیری و دوره فصلی ۱۱ ماهه با میانگین متحرک فصلی مرتبه ۱ حاصل شد و نشان دهنده این بود که میزان دبی به ضرایبی از میزان دبی آب در ۳ ماه قبل و خطای غیر فصلی ۲ ماه قبل و ضرایب فصلی از خطاها و انحرافات و نوسانات دوره‌های ۱۱ ماهه قبل می‌باشد. پس از برازش مدل، بررسی مناسب مدل با استفاده از تحلیل باقی‌مانده‌ها، فرضیات نرمال بودن و استقلال باقی‌مانده‌ها و ثبات واریانس پذیرش گردید. در پایان نیز با استفاده از مدل نهایی میزان دبی آب برای ۲۵ ماه آینده پیش‌بینی گردید. برای تأیید و بررسی صحت پیش‌بینی انجام شده نمودار استاندارد شده آنها توام با مقادیر استاندارد شده دبی آب رسم و ملاحظه شد که نوسانات آنها مشابه و تأیید کننده صحت پیش‌بینی‌ها می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: مدلسازی دبی رودخانه دویرج، تابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی، تحلیل سری زمانی، مدل آریما، مدل فصلی.

مقدمه

ایرانیان قبل از ظهور دین اسلام بیندازیم، آن‌ها ایزد آب‌ها یکی از بزرگ ایزدان پیش از زرتشت بود، که نیایشگاه‌های او در کنگاور (در استان کرمانشاه) و بیشاپور (در استان فارس) نمایان است [۳]. متأسفانه امروزه با افزایش بی‌رویه جمعیت، گسترش صنایع، بالا رفتن سطح بهداشت در جوامع، گرمایش جهانی

بشر از دیر باز به ارزش آب به عنوان ماده‌ای حیات بخش و ارزشمند آگاهی داشته است. نیاز طبیعی بشر به آب، کمبود این مایع گران‌بها، ارزش این ماده را صدچندان نموده و آن را در جایگاهی والا قرار داده است. برای مثال اگر نگاهی به دیدگاه

مشاهدات به سری‌های مانا (ایستا) و نامانا (ناایستا) تقسیم می‌شوند که سری‌های مانا دارای الگوهای شناخته شده‌ای هستند که تفسیر و پیش‌بینی در آنها مناسب و دارای کمترین مقدار خطا بوده و همواره سعی بر این است که سری‌های نامانا به ایستا تبدیل شوند که این امر توسط تبدیلات مناسب مانند لگاریتم و همچنین تفاضل گیری انجام می‌گیرد [۶]، [۹].

تابع خود همبستگی^۱

اول قدم در تشخیص نوع الگویی سری زمانی تعیین تابع خودهمبستگی است که برای یک فرآیند با مقادیر X_t به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X}_t)(X_{t-k} - \bar{X}_{t-k})}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X}_t)^2} \sqrt{\sum_{t=1}^{n-k} (X_{t-k} - \bar{X}_{t-k})^2}}$$

مقادیر ρ_k برای هر سری زمانی رسم می‌گردد و با توجه به نوع نمودار و روند آن میتوان الگوی مانای آن سری را تعیین نمود. اگر مقادیر ρ_k دارای روند نزولی یا به اصطلاح میرایی باشد این الگو را الگوی اتورگرسیو AR گویند.

اگر مقادیر به صورت منقطع و میرایی نداشته باشد دارای الگوی میانگین متحرک MA می‌باشد و تعداد لگ‌های معنی‌دار که از کران $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$ بیرون است درجه (تعداد پارامترهای) میانگین متحرک می‌باشد [۶].

تابع خودهمبستگی جزئی^۲

این تابع نیز همانند تابع خود همبستگی معیاری برای تعیین الگوهای مانا در سری‌های زمانی است و کمیت آن را با ρ_{kk} نشان می‌دهیم که از تقسیم دترمینان دو ماتریس از تابع خود همبستگی به صورت زیر تعیین می‌شود:

کره زمین و به تبع آن تغییر در توزیع مکانی زمانی نزولات جوی و خیلی عوامل دیگر سبب نگرانی فراوان اکثر کشورها در خصوص تامین آب جهت مصارف مختلف شده است. کشور ما ایران از جمله کشورهایی است که با کمبود میزان بارش در چند ساله گذشته بطور جدی مواجه شده است. از طرفی استفاده بی‌رویه از منابع آب و در مقابل ورود پساب‌های گوناگون کیفیت این منابع را به جهت روند توسعه پایدار محیط زیست دچار چالش‌های فراوان نموده است. رودخانه‌ها از جمله منابع، اقتصادی تامین‌کننده آب جهت مصارف مختلف منجمله بخش کشاورزی می‌باشد [۴]. رودخانه دویرج در استان ایلام و از منابع تامین‌کننده آب کشاورزی شهرستان دهلران می‌باشد، با توجه به بررسی‌های انجام شده و اطلاعات موجود میزان دبی سال‌های گذشته رودخانه دویرج تا سال ۱۳۸۵ بر آن شدیم که میزان دبی رودخانه را جهت مصارف کشاورزی برای سال‌های آتی مدل‌سازی کنیم تا بتوانیم جهت میزان سطوح زیر کشت آینده تصمیم‌گیری مناسب نماییم. جهت انجام این کار از نرم‌افزار minitab استفاده گردید که بعد از مشاهدات میدانی و نتایج پیش‌بینی مدل مشاهده شد که اعداد به دست آمده از مدل با مقادیر اندازه‌گیری شده دبی دارای نوسانات مشابه می‌باشند.

مواد و روش‌ها

با توجه به داده‌های موجود و نرم‌افزار minitab و روابط حاکم بر آنالیز این تحقیق به شرح زیر تعریف می‌شوند.

تحلیل آماری سری زمانی

سری زمانی یکی از تحلیل‌های قوی آماری در فرآیندهایی است که متغیر وابسته به زمان بستگی دارد مانند فرآیندهای اقتصادی، هواشناسی، کشاورزی و سایر مواردی که زمان یک عامل مهم در فرآیند می‌باشد. سری‌های زمانی با توجه به نوع روند

۱- Auto Correlation Function

۲ - Partial Auto Correlation Function

ب: الگوی اتورگرسیو AR

اگر میزان متغیر سری زمانی X_t وابسته به مقدار خالص سری زمانی در زمان‌های قبل از t مانند $t-1$ و $t-2$ و ... بستگی داشته باشد مدل آن به صورت زیر است:

$$X_t - \alpha_1 X_{t-1} - \alpha_2 X_{t-2} - \dots - \alpha_p X_{t-p} = Z_t$$

و برحسب عملگر پسرو به صورت زیر است:

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p) X_t = Z_t$$

مدل فوق را اتورگرسیو مرتبه p گویند که به اختصار به صورت $AR(p)$ نشان داده می‌شود و دلالت بر این دارد که سری زمانی در لحظه t به مقادیر سری زمانی در p زمان قبل وابسته است [۹].

ج: الگوی آریما ARIMA

این مدل ترکیبی از مدل‌های AR و MA است با همان تعاریف قبلی در خصوص هر یک از آنها بیان گردید. در حالت کلی از ترکیب دو مدل $MA(q)$ و $AR(p)$ مدل $ARIMA(p,0,q)$ که صفر بین دو پارامتر را مرتبه تفاضل‌گیری گویند که برای تبدیل سری‌های ناپایستا به ایستا استفاده می‌گردد و می‌تواند مراتب ۱ و ۲ و بالاتر را به آن نسبت داد.

در حالت کلی مدل سری زمانی $ARIMA(p,0,q)$ به صورت زیر تعریف می‌گردد که شامل جز میانگین متحرک و اتورگرسیو است.

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p) X_t = (1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \dots - \beta_q B^q) Z_t$$

د: الگوی فصلی

در بسیاری از سری‌های زمانی در مقاطع خاصی از زمان معمولاً به طور منظم نوسانات خاصی رخ می‌دهد به عنوان مثال در بررسی میزان دبی آب رودخانه در اواخر فصل زمستان و اوایل بهار به علت بارش باران و یا آب شدن برف‌ها دبی آب افزایش یافته و یک نوسان خاص ایجاد می‌کند که البته این نوسان برای سال‌های مختلف با هم متفاوت می‌باشد در اینگونه

$$\varphi_{kk} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-1} & \rho_k \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{bmatrix}$$

مقادیر φ_{kk} برای هر سری زمانی رسم می‌گردد و با توجه به روند آن نوع توزیع مانا را مشخص نمود که عبارتند از:

اگر مقادیر φ_{kk} دارای روند نزولی یا به اصطلاح میرایی باشد این الگو را الگوی میانگین متحرک MA گویند.

اگر مقادیر φ_{kk} به صورت منقطع و میرایی نداشته باشد دارای الگوی اتورگرسیو AR می‌باشد و تعداد لگ‌های معنی‌دار که از کران $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$ بیرون است درجه (تعداد پارامترهای) اتورگرسیو می‌باشد [۶]، [۹].

الگوهای مانای سری‌های زمانی

الف: الگوی میانگین متحرک MA

اگر X_t مقدار سری زمانی متغیر X در لحظه t باشد و این مقدار و فقط به تغییرات خطاهای تصادفی زمان‌های قبل مانند $t-1$ و $t-2$ و ... بستگی داشته باشد مدل آن به صورت زیر است:

$$X_t = Z_t - \beta_1 Z_{t-1} - \beta_2 Z_{t-2} - \dots - \beta_q Z_{t-q}$$

که مدل فوق را میانگین متحرک مرتبه q گویند که به صورت $MA(q)$ معرفی می‌کنیم که نشان‌دهنده وابستگی مقدار سری زمانی X_t به میزان خطای تصادفی q زمان قبل خود در هر لحظه است.

فرآیند $MA(q)$ برحسب عملگر پسرو به صورت زیر نیز بیان می‌شود:

$$X_t = (1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \dots - \beta_q B^q) Z_t$$

ه: مدل های ضریبی

این مدل از ترکیب مدل های فصلی و غیر فصلی به دست می آید که دارای ۶ نوع پارامتر است و به صورت $ARIMA(p, r, q) \times (ps, rs, qs)$ معرفی می شود که s دوره فصلی و r مرتبه تفاضل گیری مدل است. به عنوان مثال اگر در یک سری ضریبی مقادیر پارامترها $p=q=r=1$ و دوره فصلی برابر با $s=11$ باشد مدل آن برحسب متغیر پاسخ X_t به صورت زیر است:

$$(1-B)(1-\alpha_1 B)(1-\gamma_1 B^{11})X_t = (1-B)(1-\beta_1 B)(1-\lambda_1 B^{11})Z_t$$

کلید مدل ها تفاضل گیری مرتبه یک را به صورت $(1-B)X_t = X_t - X_{t-1}$ و نشان دهنده تفاضل مقدار سری در لحظه t و $t-1$ است که با این تبدیل اکثر سری های نایستا به ایستا تبدیل می شوند.

بحث و نتیجه گیری

اطلاعات مربوط به بررسی دبی را به صورت زیر وارد نرم افزار کردیم. سپس آنالیز پیش بینی جریان دبی رودخانه را با توجه به منوی times series شروع نمودیم (شکل ۱).

موارد که نوسانات در کمتر از یک سال همواره رخ می دهد الگو را فصلی seasonal گویند و در صورت وجود این گونه اثرات به طور قطع باید اثر فصلی به الگوی مانای غیر فصلی اضافه و تعریف گردد.

اثر فصلی دارای یک مقدار دوره (Period) است که با توجه به شماره لگ های معنی دار در مراتب بالاتر که به طور غیر متوالی در نمودارهای ACF و PACF رخ می دهند تعیین می شود که مقادیر آن معمولاً از ۸ تا ۱۷ تغییر می کند.

مدل فصلی نیز همانند مدل های دیگر دارای مرتبه و درجه بوده و به اتورگرسیو فصلی SAR و میانگین متحرک SMA و آریمای فصلی SARIMA طبقه بندی می شود [۶].

به عنوان مثال یک الگوی کاملاً فصلی آریما با درجات $SMA(q)$ و $SAR(p)$ و بدون تفاضل گیری را با دوره ۱۱ ماهه (Period) به صورت زیر مدل بندی و نشان داده می شود:

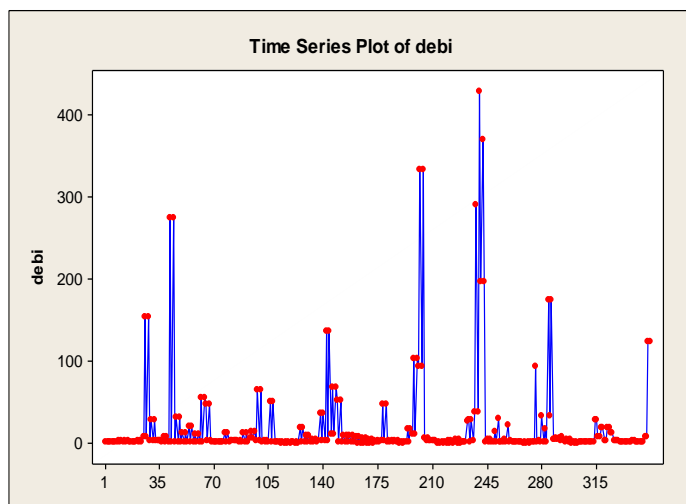
$$(1 - \alpha_1 B^{11} - \alpha_2 B^{22} - \dots - \alpha_p B^{p \times 11})X_t = (1 - \beta_1 B^{11} - \beta_2 B^{22} - \dots - \beta_q B^{q \times 11})Z_t$$

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
	year	month	day	debi	log_debi	debi_kol	norm_log	RES11	FITS1
1	68	7	9	1.190	0.07555	1.190	-0.75023	*	*
2	68	7	9	2.259	0.35392	2.259	-0.02512	0.26065	-0.26568
3	68	7	24	1.190	0.07555	1.190	-0.75023	-0.09409	-0.65615
4	68	7	24	2.259	0.35392	2.259	-0.02512	0.04947	-0.07460
5	68	10	4	1.400	0.14613	1.400	-0.57152	0.10832	-0.67984
6	68	10	4	2.248	0.35180	2.248	-0.03948	0.07341	-0.11290
7	68	10	20	1.400	0.14613	1.400	-0.57152	-0.13022	-0.44130
8	68	10	20	2.248	0.35180	2.248	-0.03948	0.11112	-0.15061
9	68	11	8	3.080	0.48855	3.080	0.24650	0.75991	-0.51342
10	68	11	8	1.252	0.09760	1.252	-0.69433	-0.81215	0.11781
11	69	1	8	3.080	0.48855	3.080	0.24650	0.20396	0.04254
12	69	1	8	1.252	0.09760	1.252	-0.69433	-0.04429	-0.65004
13	69	1	19	2.910	0.46389	2.910	0.21333	-0.00984	0.22317
14	69	1	19	1.183	0.07298	1.183	-0.76939	-0.22230	-0.54710
15	69	2	2	2.910	0.46389	2.910	0.21333	0.31076	-0.09743
16	69	2	2	1.183	0.07298	1.183	-0.76939	-0.26804	-0.50135
17	69	2	23	2.080	0.31806	2.080	-0.06824	-0.16050	0.09227
18	69	2	23	0.937	-0.02826	0.937	-1.05206	-0.22935	-0.82272
19	69	3	8	2.080	0.31806	2.080	-0.06824	0.09288	-0.16111

شکل ۱- نحوه معرفی و ورود اطلاعات طرح در نرم افزار MINITAB

می‌باشد داده‌ها که شامل متغیر وابسته (میزان دبی آب) و عامل زمان که برحسب سال و ماه معرفی شده است باتوجه و مطابق با جدول ۱ برای نرم‌افزار MINITAB تعریف شده است.

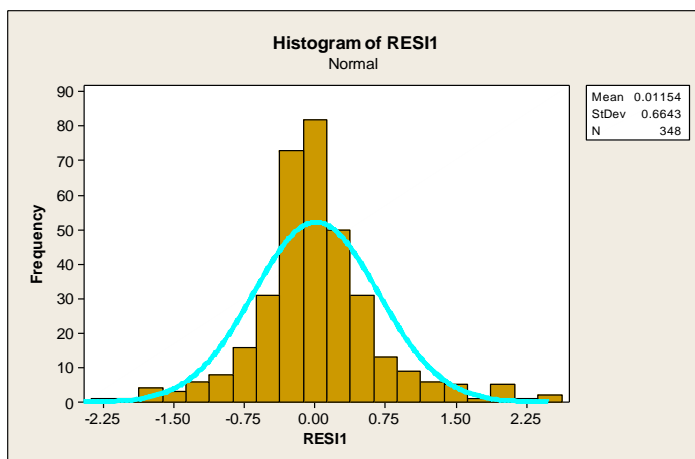
قبل از انجام هر طرح اطلاعات و داده‌های مربوطه باید به طور صحیح و مختص به تحلیل مناسب آماری به نرم‌افزار معرفی گردد. در این طرح با توجه به نوع آنالیز که سری زمانی Time series



شکل ۲- نمودار سری زمانی تغییرات میزان دبی آب رودخانه برحسب ماه

که علاوه بر تغییرات روند واقعی و طبیعی فرآیند نوسانات فصلی و ناگهانی نیز مدل‌بندی و حداکثر اطلاعات در مدل نهایی اعمال گردد تا میزان خطای مدل حداقل و پیش‌بینی‌های مدل با واقعیت منطبق باشد و همین ویژگی خاص سری‌های زمانی آن را از سایر روش‌های آماری همانند رگرسیون و تجزیه واریانس متمایز و برتری می‌دهد.

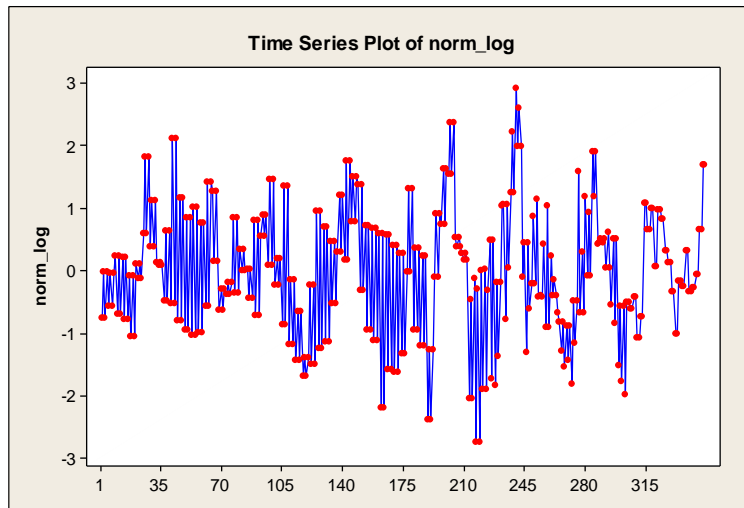
اولین مرحله در مبحث سری زمانی رسم روند تغییرات متغیر پاسخ و تفسیر اولیه مشاهدات است که در اینجا با توجه به (شکل ۲) ملاحظه می‌گردد که روند تغییرات دبی آب دارای نوسانات زیادی است و در برخی از ماه‌ها این نوسانات بیش از سایر ماه‌های دیگر است که ممکن است بر اثر سیلاب‌های فصلی و بارش‌های ناگهانی و تغییرات جوی غیر منتظره باشد که البته در مدل سری زمانی سعی بر این است



شکل ۳- نمودار هیستوگرام نرمال باقی مانده‌های مدل اولیه

(نمودار ۱) است که باید این تغییرات توسط فیلترهای خاص مانند تبدیلات لگاریتمی و یا تفاضل گیری و سایر تبدیلات مناسب به نرمال تبدیل گردد.

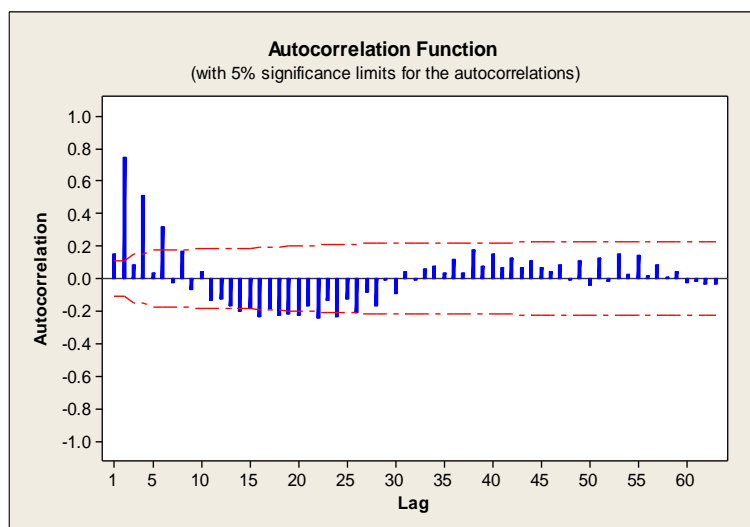
با توجه به (شکل ۳) ملاحظه می شود دادهها از توزیع نرمال فاصله دارند و نمودار هیستوگرام کشیده تر نرمال است که این به دلیل نوسانات غیرنرمال سری است که در نمودار سری زمانی



شکل ۴- نمودار سری زمانی تغییرات دبی آب رودخانه با تبدیل لگاریتمی

همانطور که ملاحظه می شود نوسانات دبی حول نقطه صفر کنترل شده است و نقطه صفر در خود سری واقعی معادل با $10^0 = 1 \text{ m}^3 / \text{s}$ می باشد. البته این نکته را یادآور می شویم که برای تمرکز بیشتر نوسانات از تبدیل تفاضل گیری نیز در مدل اصلی نیز می توان استفاده نمود یا از هردو روش می توان استفاده نمود.

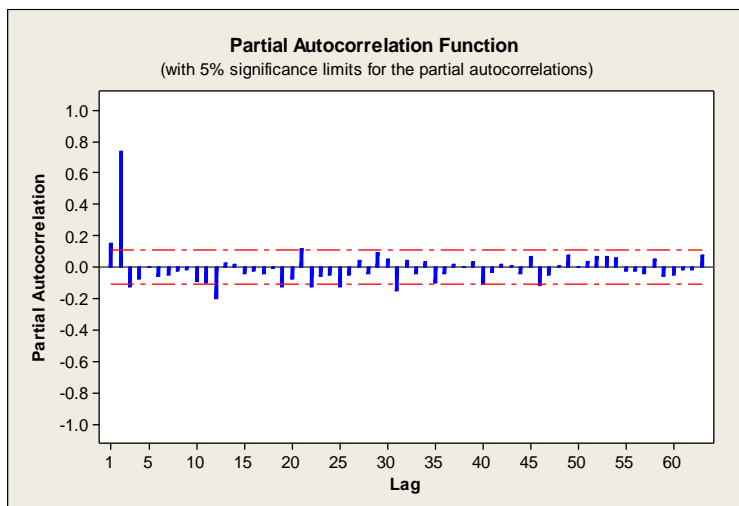
در مدل های سری زمانی برای صحت و اطمینان در مدل سازی مناسب تا حد امکان نمودار سری زمانی باید حول میانگین که یک عدد ثابت است متقارن و نوسانات کنترل گردد که دبی این سری ها در اصطلاح سری های مانا یا ایستا گویند در واقع مدل سازی کلاسیک فرض مانا بودن را لازم دارد که با توجه به (شکل ۴) پس از اعمال تبدیل لگاریتم



شکل ۵- نمودار خودهمبستگی (ACF) سری زمانی دبی آب رودخانه

مدل از الگوی مانای میانگین متحرک با ۴ پارامتر پیروی کند که به اختصار به صورت $MA(4)$ نشان داده می‌شود.

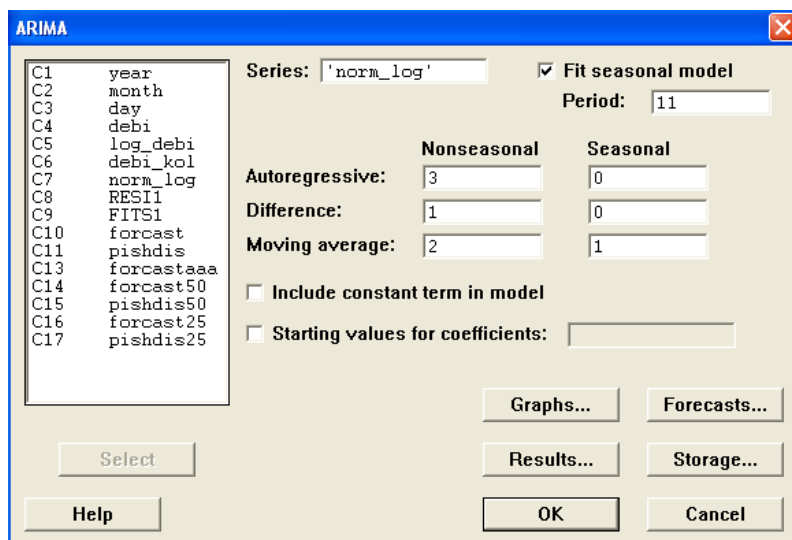
با توجه به روند تابع خودهمبستگی سری (شکل ۵) ملاحظه می‌شود که از روند میرایی برخوردار است و ۴ لگ اولیه آن معنی دار بوده که نشان دهنده مرتبه میانگین متحرک است به عبارت دیگر ممکن است



شکل ۶- نمودار خودهمبستگی جزئی (PACF) سری زمانی دبی آب رودخانه

دیگر دبی رودخانه ممکن است هر ۱۱ ماه یکبار دارای نوسانات فصلی باشد با توجه شکل‌های (۵ و ۶) می‌توان چنین استنباط نمود که مدل طرح تغییرات دبی آب ترکیبی از مدل‌های اتورگرسیو AR و میانگین متحرک MR و تغییرات فصلی می‌باشد که در حالت کلی این مدل‌های ترکیبی را آریمما ARIMA گویند.

با توجه به روند تابع خودهمبستگی جزئی سری دبی (شکل ۶) ملاحظه می‌شود که ۳ لگ اولیه بیرون بوده و نشان دهنده این است که درجه مدل اتورگرسیو مدل برابر با ۳ خواهد بود یا به عبارت دیگر مدل دارای جزئی اتورگرسیو با ۳ پارامتر است. همچنین در لگ ۱۱ نیز معنی‌داری رخ داده که مربوط به درجه فصلی مدل خواهد بود به عبارت



شکل ۷- نحوه مدل‌بندی و پارامترهای مدل آریمما در مدل سری زمانی دبی آب رودخانه

معرفی گردید که دارای مدل آریمای با ۳ گام اتورگرسیو غیر فصلی و ۲ گام میانگین متحرک غیر فصلی و یک مرتبه تفاضل گیری و دارای دوره ۱۱ ماهه فصلی با ۱ گام میانگین متحرک می باشد.

پس از تعیین پارامترهای اولیه مدل با توجه به تابع خودهمبستگی و تابع خودهمبستگی جزئی و اعمال یک مرتبه تفاضل گیری در نهایت پارامترهای مدل نهایی در (شکل ۷) به نرم افزار MINITAB

جدول ۱- آزمون معنی داری پارامترهای مدل و تعیین نوع فرآیند

سری زمانی میزان دبی آب رودخانه

پارامتر مدل	مرتبۀ مدل	ضریب برآورد شده	انحراف معیار	آزمون تی استیودنت	سطح معنی داری
AR اتورگرسیو	۱	-1/6407	0/0500	-32/83	0/000
AR اتورگرسیو	۲	-1/5574	0/0500	-31/17	0/000
AR اتورگرسیو	۳	-0/7434	0/0426	-17/45	0/000
MA میانگین متحرک	۱	-0/8564	0/0343	-24/96	0/000
MA میانگین متحرک	۲	-0/9780	0/0093	-104/68	0/000
SMA میانگین متحرک فصلی	۱۱	0/1168	0/0585	2/00	0/047

داده شد که مدل مناسب الگوی سری زمانی دبی آب رودخانه می باشد. با توجه به سطح معنی داری برای کل پارامترها کمتر از ۰/۰۵ می باشد بنابراین کلیه پارامترهای مدل اثر معنی داری و ذی نفوذی در مدل دارند پس مدل معنی دار است. بر همین اساس می توان این مدل را به صورت یک مدل ریاضی برای پیش بینی و مقایسه به صورت زیر بیان نمود:

پس از تعریف مدل و برآزش آن طی مراحل مختلف و آزمون مدل های مناسب، مدل نهایی با رعایت اصل امساک یعنی حداقل تعداد پارامترها و بیشترین معنی داری پارامترهای مدل در جدول ۱ آمده است و همانطور که ملاحظه می شود درجه و تعداد هر یک از جزیهای مدل آریمای (ARIMA) و مدل فصلی که ترکیب این دو را مدل ضربی گویند به صورت $ARIMA(3, 1, 2) \times (0, 0, 1)$ برآزش

$$(1 - B)(1 + 1.6407B + 1.5574B^2 + 0.7434B^3)X_t = (1 + 0.8564B + 0.978B^2)(1 - 0.1168B^{11})Z_t \quad (\text{فرمول ۱})$$

دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_z^2 باشد که البته در مراحل بعدی این آزمون نیز برای اعتبار و تعیین معیار مناسب انجام می گردد. پس از ساده کردن فرمول ۱ مدل به صورت زیر است:

که در این معادله B عملگر پسرو است یعنی به عبارت دیگر اگر X_t مقدار متغیر در لحظه t و X_{t-k} مقدار متغیر در k لحظه قبل باشد (در این طرح k معرف ماه است) آنگاه بر اساس عملگر پسرو داریم

$$B^k X_t = X_{t-k}$$

در فرمول ۱ متغیر X_t نشان دهنده میزان دبی آب در لحظه t می باشد و Z_t نشان دهنده میزان خطای تصادفی در لحظه t است که همواره Z_t باید

$$X_t + (1.6407 - 1)X_{t-1} + (1.5574 - 1.6407)X_{t-2} + (0.7434 - 1.5574)X_{t-3} - 0.7434X_{t-4} = \\ = Z_t + 0.8564Z_{t-1} + 0.978Z_{t-2} - 0.1168Z_{t-11} - (0.1168)(0.8564)Z_{t-12} - (0.978)(0.1168)Z_{t-13}$$

(فرمول ۲)

پس از محاسبات جبری و گرد کردن ضرایب تا دو رقم اعشار مدل به صورت زیر نشان داده شود.

$$X_t + 0.64X_{t-1} - 0.08X_{t-2} - 0.81X_{t-3} - 0.74X_{t-4} = Z_t + 0.85Z_{t-1} + 0.97Z_{t-2} - 0.12Z_{t-11} - 0.1Z_{t-12} - 0.11Z_{t-13}$$

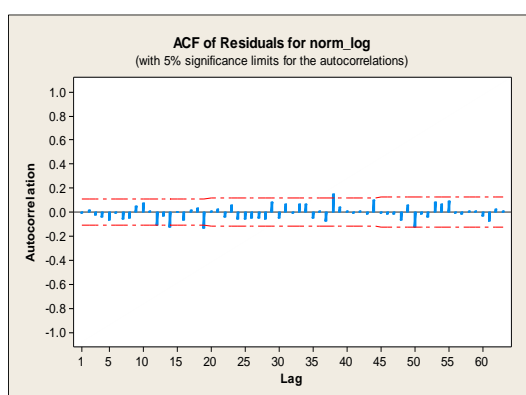
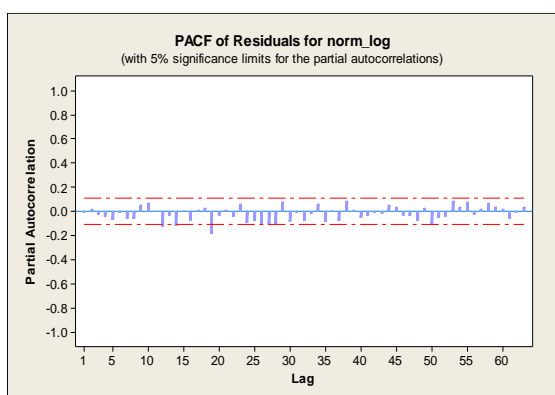
(فرمول ۳)

و پس از بازنویسی رابطه فوق برحسب زمان t داریم:

$$X_t = -0.64X_{t-1} + 0.08X_{t-2} + 0.81X_{t-3} + 0.74X_{t-4} + Z_t + 0.85Z_{t-1} + 0.97Z_{t-2} - 0.12Z_{t-11} - 0.1Z_{t-12} - 0.11Z_{t-13}$$

(فرمول ۴)

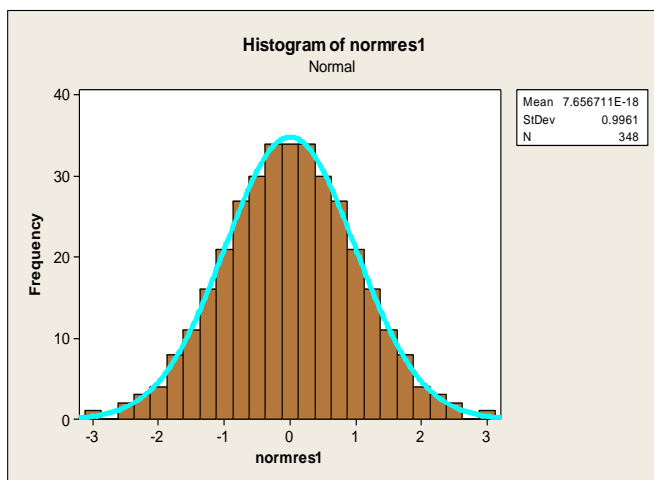
که در این رابطه X_t میزان پیش‌بینی دبی آب رودخانه در لحظه t است که برحسب ضرایبی از زمان‌های قبلی آمده است.



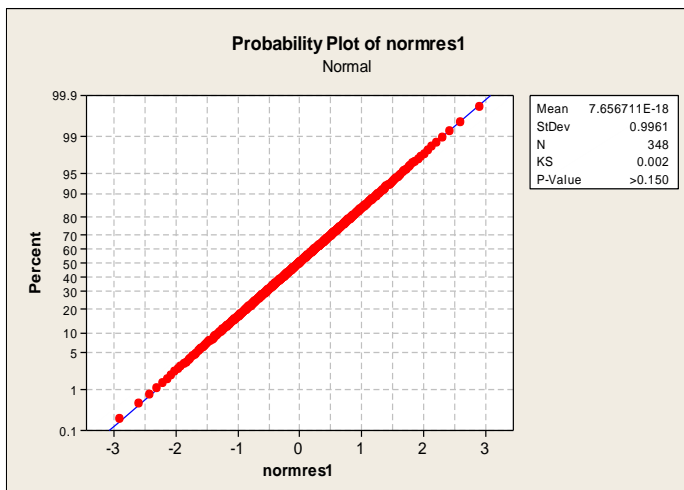
شکل ۸- نمودارهای خودهمبستگی (ACF) و خود همبستگی جزئی (PACF) باقیمانده‌های مدل

باشند که در شکل ۸ ملاحظه می‌شود که این فرضیه برقرار است و هیچ الگویی از قبیل میانگین متحرک و اتورگرسیو و آریما ندارد.

در تحلیل باقی‌مانده‌ها باید این مقادیر از توزیع نرمال با میانگین صفر پیروی کنند یا به اصطلاح دارای توزیع اختشاش خالص باشند و در این توزیع نباید تابع خودهمبستگی (ACF) و خود همبستگی جزئی (PACF) باقی مانده‌ها دارای الگویی خاصی



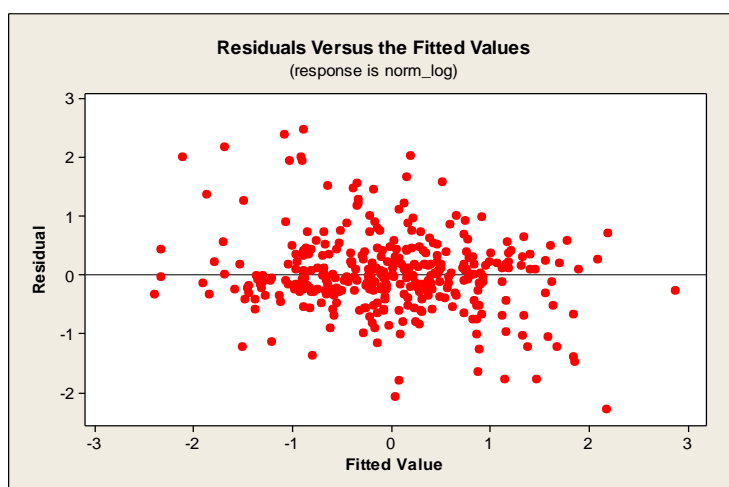
شکل ۹- نمودار هیستوگرام نرمال باقی‌مانده‌های مدل



شکل ۱۰- آزمون نرمال بودن اسمیرونف- کلموگروف همراه با نمودار احتمالی نرمال

پذیرش می‌شود و همچنین نمودارهای شکل‌های ۹ و ۱۰ مطابق بودن بر توزیع نرمال را به خوبی نشان می‌دهند.

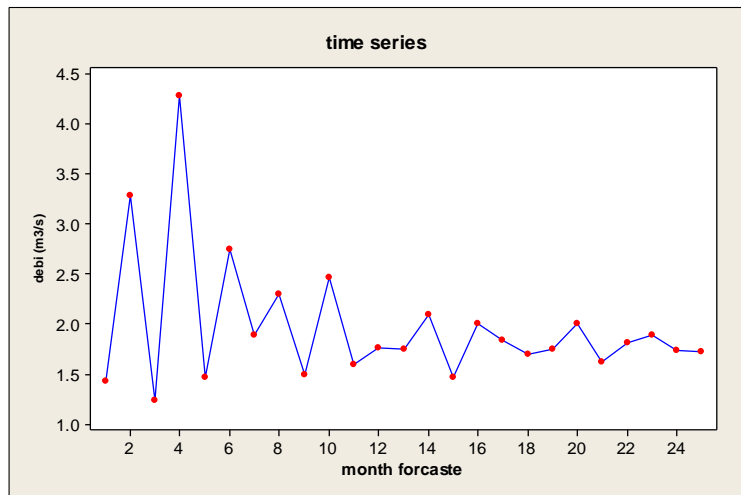
فرض نرمال بودن باقی‌مانده‌ها توسط آزمون نرمال بودن اسمیرونف - کلموگروف انجام شده است که با توجه به سطح معنی‌داری که $P_value > 0.15$ بنابراین فرض نرمال بودن



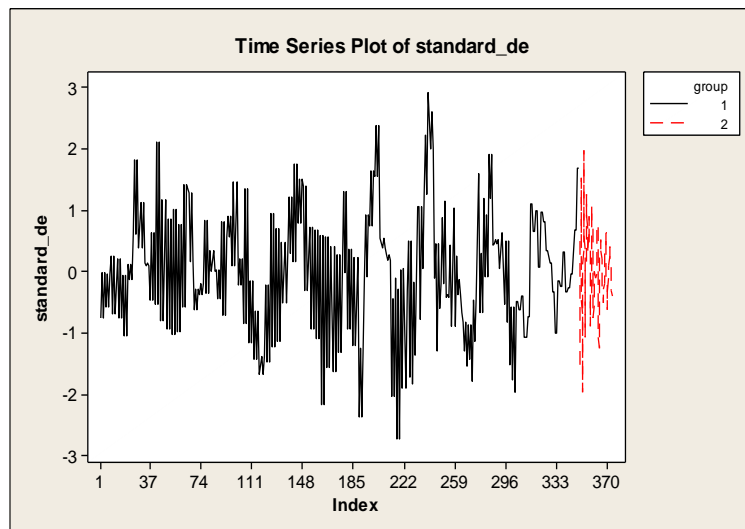
شکل ۱۱- نمودار پراکنش باقیمانده‌ها در برابر مقادیر برآورد شده مدل

الگوهای سری زمانی آریمای به دلیل ایستایی پیش‌بینی مقادیر متغیر پاسخ در آنها با دقت بالا و اطمینان مناسبی انجام می‌گیرد در اینجا میزان و روند پیش‌بینی میزان دبی آب برای ۲۵ ماه آینده محاسبه و نمودار آن رسم شده است (شکل ۱۲).

با توجه به شکل ۱۱ مشاهده می‌گردد که هیچ روند و رابطه‌ایی در نمودار پراکنش باقی‌مانده‌ها در برابر مقادیر برآورد شده وجود ندارد بنابراین فرض استقلال باقی‌مانده‌ها پذیرش می‌شود که در واقع معادل با پذیرش فرض ثبات واریانس است.



شکل ۱۲- نمودار مقادیر پیش‌بینی میزان دبی آب برای ۲۵ ماه آینده



شکل ۱۳- نمودار مقادیر استاندارد شده سری زمانی میزان دبی آب و مقایسه با مقادیر استاندارد شده سری زمانی پیش‌بینی برای ۲۵ ماه آینده

می‌باشد و این تأییدی بر درستی و صحت مدل است. اما برای تأیید نهایی صحت مدل می‌توان میزان واقعی مقدار دبی آب را برای ۲۵ ماه پس از آخرین ماه تحقیق بررسی و اندازه‌گیری نمود که به طور یقین نتایج این تحقیق را تأیید می‌نماید.

به منظور بررسی صحت پیش‌بینی‌های ۲۵ ماه آینده سری زمانی مقادیر پیش‌بینی استاندارد شده را با مقادیر استاندارد شده سری زمانی میزان دبی آب مقایسه می‌شوند که ملاحظه می‌گردد نوسانات مقادیر پیش‌بینی همانند سری زمانی میزان دبی آب

منابع

- ۱- ابن شهر آشوب، مرتضی؛ میکائیلی، فتاح. "مفاهیم و روشهای آماری". تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۴.
- ۲- آشفته، سیدجلال. "طراحی آبرسانی شهری". تهران: احیا پژوهاک اندیشه، ۱۳۸۵.
- ۳- تائبی، امیر؛ چمنی، محمدرضا. "شبکه‌های توزیع آب شهری". اصفهان: مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۴.
- ۴- شمسایی، ابوالفضل. "سیستم‌های انتقال آب". تهران: مرکز نشر دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۲.
- ۵- ناصری، سیمین؛ قانعیان، محمدتقی. "مدیریت کیفیت آب در دریاچه‌ها و رودخانه‌ها". تهران: موسسه علمی فرهنگی (نص)، ۱۳۸۱.
- ۶- نخعی، محمد. "مقدمه‌ای بر آب‌های زیر زمینی"، تهران: آراد کتاب، ۱۳۸۸.

7- WATER SUPPLY ENGINEERING, BABBITT, DONALD, CLEASBY – SIXTH EDITION – 1967.

8- WATER SUPPLY POLLUTION CONTROL, CLARK, WISSMAN, HAMMER, THIRD EDITION – 1977.

9- Everitt, B. S. and G.Dunn, Advanced Methods of Data Exploration and Modeling, London: Heinemann Education Books, Ltd, 1991.

10- S.D.Morton, "Water pollution causes and cures ", Madison, Wisconsin, Mimer Publications, 1976.

11- G. Tchobanoglous and E. D. Schroeder, "Water Quality, Reading, MA", Addison Wesley, 1985.

12- E.RobertsAlley, "Water Quality Control Hand Book", McGraw- Hill, Inc,